

基于近似解析法的超导储能磁体设计

玄永伟[†], 朱英伟, 李兆鑫, 王静, 杨浩瀚, 雷勇

四川大学 电气工程学院, 成都 610065

收稿日期: 2020-02-28; 接收日期: 2020-06-04

【摘要】 降低超导储能磁体的研制成本一直是控制超导磁储能系统 (Superconducting Magnetic Energy Storage, SMES) 总成本的重要手段之一. 本文考虑在一定磁体结构参数范围内, 磁体产生的最大磁场值可以采用级数进行表示, 磁体的电感值可以采用线性函数表示, 给出了超导储能磁体磁场能量的近似解析表达式, 提出了一种基于近似解析法的超导储能磁体设计方法. 该方法以储能磁体的线材用量最小作为设计目标, 在给定超导线材参数和临界电流特性曲线, 以及磁体储能总量要求的情况下, 依据此方法可快速的得到成本最优时所对应的磁体结构参数. 将近似解析法优化和采用传统的有限元软件 Ansys 仿真优化进行对比分析, 结果表明采用近似解析法进行磁体优化更加方便快捷, 节省了大量计算时间.

关键词: 近似解析法, 超导储能磁体, 优化设计, Ansys

PACS: 7460, 7490, 0290

DOI: 10.13380/j.ltpl.2020.02.007

Magnet Design of Superconducting Magnetic Energy Storage Based on Approximate Analytical Method

XUAN Yongwei, ZHU Yingwei, LI Zhaoxin, WANG jing, YANG Haohan, LEI yong

Sichuan University, School of Electrical Engineering, Chengdu 610065

Received date: 2020-02-28; accepted date: 2020-06-04

【Abstract】 Reducing the cost of superconducting magnets has always been one of the important means to control the cost of superconducting magnetic energy storage systems (SMES). In this paper, considering that the maximum magnetic field value generated by the magnet can be expressed by series and the inductance value of the magnet can be expressed by linear function within a certain range of structural parameters of the magnet, the approximate analytical expression of magnetic field energy of the superconducting energy storage magnet is given, and a design method of superconducting energy storage magnet based on the approximate analytical method is proposed. The design objective of this method is to minimize the cost of the wire. Given the parameters of the superconducting wire, the critical current characteristic curve and the total magnet energy storage, the structure parameters of the magnet corresponding to the optimal cost can be obtained quickly according to this method. The optimization of approximate analytical method and the finite element analysis software Ansys EM are compared, the results show that the former is more convenient and faster, and saves a lot of calculation time.

Keywords: Approximate analytical method, superconducting energy storage magnet, optimal design, Ansys

PACS: 7460, 7490, 0290

[†] 2280114471@qq.com

DOI: 10.13380/j.ltpl.2020.02.007

Reference method: XUAN Yongwei, ZHU Yingwei, LI Zhaoxin, WANG jing, YANG Haohan, LEI yong, Low.
Temp. Phys. Lett. **41**, 0103 (2020)

1 引言

超导磁储能系统(SMES)因其功率密度高、响应速度快、储能效率高、使用寿命长、维护简单等优点,能够提高风电等可再生能源的暂态稳定性,是实现大规模电力远距离输送的潜在解决方案之一,在电力系统有着很大的应用潜力^[1-4]. 由于 SMES 制造成本的昂贵,其商业化进展缓慢,因此如何降低其制造成本一直被广大研究人员所关注. 超导磁体作为 SMES 的重要组成部分,通过降低其制造成本来降低 SMES 的总成本是一个有效手段. 现阶段对超导磁体的优化方法有很多,一方面可以通过推导磁体磁场大小、储能或电感与成本之间的关系,从而来得到最优时磁体的结构参数,例如,文献[5]最早在 Fabry 公式的基础上给出了超导螺线管的近似优化方法,并为超导体设计的关键参数绘制了关系图像,文献[6]通过推导超导磁体磁场大小和磁体成本的关系式,利用图像法对分层磁体进行了最优设计,文献[7]则在给定电感的情况下,推导出磁体成本与关键参数 α 、 β 间的关系,进而对磁体进行了最优设计,文献[8]采用阶梯电流法,在充分考虑高温超导带材各向异性的情况下提高了带材的利用率;另一方面,还可以利用优化算法对磁体进行优化,例如,文献[9]采用 Matlab 与 Comsol 联合仿真,通过改变磁体结构的方式减小了最大垂直磁场和最大轴向磁场应力,文献[10]采用遗传算法与序列二次规划算法相结合的方法对高温超导磁体进行优化,并取得了良好的效果,文献[11]针对标准遗传算法局部寻优能力不足以及算法早熟等问题,提出自适应对偶种群遗传算法,从而更快更稳定的得到最优解. 但是,采用优化算法对磁体进行优化设计所存在的弊端在于:对于外部条件如计算机的硬件要求较高,依赖性较大;优化过程中迭代次数较多,且计算了很多的无用点,浪费时间;通过改变磁体结构来实现优化时没有系统的理论推导,不具备普适性.

针对以上所存在的问题,本文提出用一种近似解析法对超导磁体结构进行设计. 它的优点在于:首先它具有严格的理论推导过程,我们需要得到磁体储能和磁体成本各自与磁体结构参数之间的关系式,这样才能以成本控制为目标对磁体进行最优设计;其次,它对于外部条件的要求并不高,在得到关系式的情况下,可以快速计算得到具体储能下磁

体体积最小时的结构参数. 使用近似解析法对超导磁体进行设计的前提是对与磁体储能有关的关键参数进行公式推导,包括超导线材的临界电流与磁体结构参数间的关系、磁体最大磁场与磁体结构参数的关系、磁体电感与磁体结构参数的关系. 本文以单螺管磁体为例,在推导出上述三个关键参数各自与磁体结构参数之间的关系式后,给出了单螺管在给定储能的情况下成本最优时的设计过程. 然后将此方法与利用有限元软件 Ansys EM 进行优化时所花费的时间进行对比,从而体现采用近似解析法优化的优势.

2 近似解析法计算与分析

2.1 单螺管磁体建模分析

现阶段,常见的超导储能磁体结构主要分为单螺管型磁体、平行多螺管型磁体和环型磁体,其中单螺管型磁体相较于其他两种磁体的缺点是杂散场较大,但它的优点在于结构简单,超导线材的利用率高,因此对于一些对杂散场要求较低的场合,使用单螺管型磁体具有更好的经济性^[12]. 对于单螺管磁体而言,它的结构如图 1 所示. 超导磁体的结构参数定义如下:

$$\alpha = a_2/a_1 \quad (1)$$

$$\beta = b/a_1 \quad (2)$$

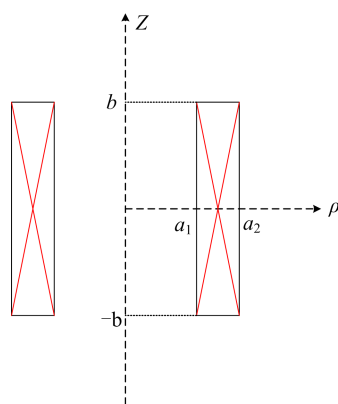


图 1 单螺管磁体截面示意图

2.2 短样超导线材的临界电流与最大磁场

对于超导线材而言,其临界电流随着磁感应强度的增大而减小,如图 2 所示,为常见的各类 NbTi 超导线其临界电流与磁感应强度大小之间的关系曲线,在磁场变化的某一小范围内,我们可以将超导线材的临界电流与磁感应强度之间的关系近似的看成

线性关系,利用 Matlab 的数据拟合功能,我们就可以得到一个关于超导线材临界电流与磁感应强度之间的一次函数关系式,如公式(3)所示.

$$I_c = M_0 - N_0 B_m \quad (3)$$

其中 I_c 为临界电流, B_m 为最大磁场, M_0 、 N_0 由短样超导线材的临界电流特性所决定,可以通过实验测量和数据拟合得到.

对于通电超导磁体而言,根据毕奥萨伐尔定律,空间任一点及磁体内每一点的磁感应强度和电流是成线性关系的,即我们可以得到磁体产生的最大磁场与电流之间的正比例关系式,如公式(4)所示.

$$B_m = K_0 I_c \quad (4)$$

其中 K_0 与磁体的结构参数 α 、 β 有关.

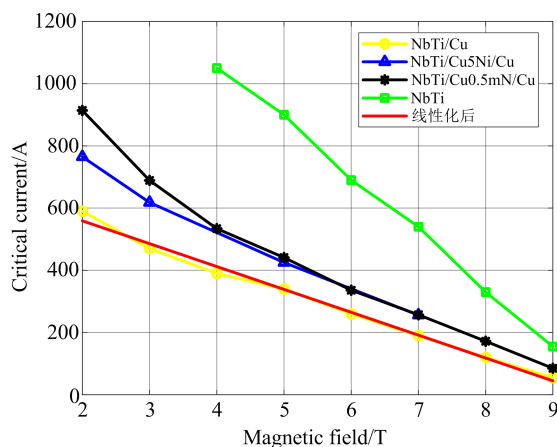


图2 常见的 NbTi 超导线的临界电流与磁场大小的关系

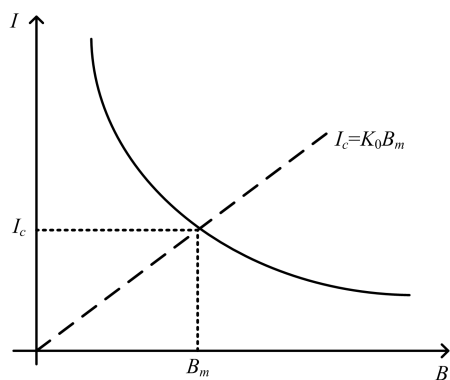


图3 超导磁体励磁线(虚线)与临界电流曲线(实线)

如图3所示,其中实线为超导线材的临界电流曲线,虚线为磁体的励磁线^[13],通过求两条线的交点,我们就可以得到超导磁体的工作电流和最大磁场的表达式,它们均依赖于超导线材的临界电流特性参数和超导磁体结构参数,如公式(5)所示.

$$\begin{cases} I_c = \frac{M_0}{1 + N_0 K_0} \\ B_m = \frac{K_0 M_0}{1 + N_0 K_0} \end{cases} \quad (5)$$

2.3 超导磁体的最大磁场 B_m 与临界电流 I_c

对于单螺管型磁体而言,其对称轴中心点处磁场 B_0 很容易求得,如公式(6)所示.

$$B_0 = \mu_0 J a_1 F(\alpha, \beta) = \frac{\mu_0 N I}{2a_1(\alpha - 1)\beta} F(\alpha, \beta) \quad (6)$$

其中 μ_0 为真空的磁导率, J 为磁体截面的电流密度, a_1 为磁体的内半径, N 为线圈的匝数, I 为线圈电流密度, α 和 β 为磁体的结构参数, $F(\alpha, \beta)$ 为 Fabry 公式,其表达式如公式(7)所示.

$$F(\alpha, \beta) = \beta \ln \left[\frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{1 + \sqrt{1 + \beta^2}} \right] \quad (7)$$

通常,我们是在选定超导线材的情况下进行磁体设计,即给定了超导线材的临界电流特性和超导线材的结构参数.这里我们选定圆线 NbTi 超导线,超导线的直径为 w ,则超导线绕制成的超导磁体,线圈匝数 N 如公式(8)所示

$$N = \frac{8a_1^2(\alpha - 1)\beta}{\pi w^2} \quad (8)$$

分析单螺管磁体产生的磁场,我们发现最大磁感应强度值可以出现在内壁中点,或在内壁端点附近,也可出现在端面上.最大磁场值的出现位置与磁体的结构参数(α 、 β)有关.文献[14]已讨论得到,当 $\alpha > 1.095$ 时,无论 β 取何值,此时最大磁场点都将出现在内壁中点处,本文主要考虑此种情况下的最大磁场.

由文献[15]我们可以知道,磁体内壁中点处的磁感应强度 B_m 和中心点处磁场 B_0 之间的关系是磁体的结构参数 α 和 β 的函数,如公式(9)所示.

$$B_m = K_m(\alpha, \beta) B_0 = \frac{\mu_0 N I}{2a_1(\alpha - 1)\beta} F(\alpha, \beta) K_m(\alpha, \beta) \quad (9)$$

其中, $K_m(\alpha, \beta)$ 为最大磁场系数. $F(\alpha, \beta) K_m(\alpha, \beta)$ 采用级数给出,如公式(10)所示.

$$F(\alpha, \beta) K_m(\alpha, \beta) = F(\alpha, \beta) - \frac{1}{2} FM_2 + \frac{3}{8} FM_4 - \frac{5}{16} FM_6 + \dots \quad (10)$$

其中 FM_2 、 FM_4 、 FM_6 与磁体的结构参数 α 、 β 有关,取前四项的表达式由公式(11)、(12)、(13)给出.

$$FM_2 = \frac{1}{2\beta} \left[\frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{1 + \sqrt{1 + \beta^2}} \right] \quad (11)$$

$$FM_4 = -\frac{r^3}{24\beta^3} \left[\frac{2r^4 + 7r^2\beta^2 + 20\beta^4}{(r^2 + \beta^2)3.5} \right] \Bigg|_{r=1}^{r=\alpha} \quad (12)$$

$$FM_6 = -\frac{r^3}{240\beta^5} \times \left[\frac{8r^8 + 44r^6\beta^2 + 99r^4\beta^4 + 28r^2\beta^6 + 280\beta^8}{(r^2 + \beta^2)5.5} \right] \Bigg|_{r=1}^{r=\alpha} \quad (13)$$

这样,将公式(5)、(8)、(9)联立,我们就可以得到磁体的临界电流与磁体结构参数之间的近似解析关系式,如公式(14)所示.

$$I_c = \frac{M_0}{1 + N_0 K_0} = \frac{\pi\omega^2 M_0}{\pi\omega^2 + 4\mu_0 a_1 N_0 F(\alpha, \beta) K_m(\alpha, \beta)} \quad (14)$$

2.4 超导磁体的电感和储能

对于单螺管磁体而言,磁体的电感只要求自感即可,这里我们由文献[16]可知,对于内半径为 a_1 ,结构参数分别为 α 和 β 且总匝数为 N 的单螺管磁体而言,它的电感可以表示为公式(15).

$$L = \mu_0 a_1 N^2 \zeta(\alpha, \beta) \quad (15)$$

其中 $\zeta(\alpha, \beta)$ 是只与 α 和 β 有关的无量纲电感参数.且当 $\beta > 1$ 时, $\zeta(\alpha, \beta)$ 的变化大致与 α 成正比,此时,我们可以把 $\zeta(\alpha, \beta)$ 近似表示为公式(16).

$$\zeta(\alpha, \beta) \approx \frac{\pi\alpha}{2(\beta + 0.5)} \quad (16)$$

将公式(15)和公式(16)联立,就得到了单螺管磁体电感的近似解析表达式

$$L = \mu_0 a_1 N^2 \frac{\pi\alpha}{2(\beta + 0.5)} \quad (17)$$

已知超导储能磁体能量的表达式为公式(18)所示.

$$E = \frac{1}{2} LI^2 \quad (18)$$

其中电流和电感的表达式已由上述推导过程得到,将公式(8)、(14)、(17)、(18)联立可得磁体储能与磁体和线材结构参数间的关系表达式,如公式(19)所示.

$$E_m = \frac{1}{2} LI_c^2 \approx$$

$$\frac{16\mu_0 \pi a_1^2 M_0^2 \alpha (\alpha - 1)^2 \beta^2}{(\pi\omega^2 + 4\mu_0 a_1 N_0 F(\alpha, \beta) K_m(\alpha, \beta))^2 (\beta + 0.5)} \quad (19)$$

其中, M_0 、 N_0 、 ω 是超导线材的特性参数, a_1 、 α 、 β 为超导磁体的结构参数.

单螺管型磁体的体积比较容易给出,如公式(20)所示.

$$V = 2\pi a_1^3 \beta (\alpha^2 - 1) \quad (20)$$

通常,超导储能磁体的设计思路是给定超导线材和成本限制,以最小经济成本来设计满足储能要求的磁体,即设计合适的磁体结构参数 α 、 β ,使得超导储能磁体的能量达到 E_m ,同时超导储能磁体的体积 V 最小.我们可以通过解析图示法快速求解最佳参数 α 、 β 值.

3 最小体积拟合曲线

图4给出了不同的储能能量 E_m 所对应的 $V_{\min}$ 与 α 和 β 之间的关系图象,其中黑线代表了不同的储能能量 E_m 的等值线,红线为不同的储能能量下所对应的体积最小值 $V_{\min}$.这样,在给定超导线材和储能能量的情况下,只要选取对应储能能量的 $V_{\min}$ 点,我们就得到了在给定储能能量的情况下成本最低时所对应的磁体的结构参数.

在得到公式(17)和公式(18)后,我们就可以去求在给定储能能量 E_m 的情况下磁体体积最小时所对应的 α 和 β .这里实际是对一个有约束最小化问题的求解,我们可以利用拉格朗日乘数法来得到所需要的 α 和 β .为了快速地得到最优时的 α 和 β ,可以采用多项式数据拟合的方法,一个具有高精度的拟合方程如公式(19)所示

$$\beta = c_1 e^{c_2 \alpha} + c_3 e^{c_4 \alpha} \quad (19)$$

其中 C_1 、 C_2 、 C_3 和 C_4 为多项式的系数,其值在表1中给出.在得到公式(19)后,我们就可以得到体积最小时所对应的 α 和 β .

表1 公式(16)中的系数

系数	取值
C_1	1.588
C_2	0.2995
C_3	-938.8
C_4	-6.767

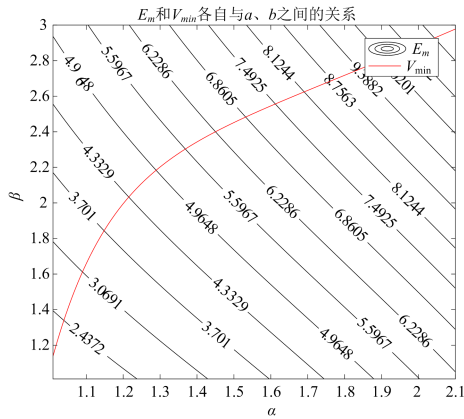


图4 E_m 和 V_{min} 各自与 α 和 β 之间的关系图象

4 应用案例

这里我们希望通过一个案例来说明使用近似解析法对单螺管磁体进行优化所存在的优势,即它可以帮助我们更快更简单的得到在储能量一定的情况下磁体体积最小时的结构参数.

我们假定需要设计的磁体为单螺管型结构,需要的储能量为 360 MJ,磁体的内半径定为 1 m.

首先确定磁体的超导线材,选用的是西部超导公司的 NbTi/Cu 复合超导线,其结构参数和临界电流特性已给出. 线径为 0.81 mm,根据它不同磁感应强度下临界电流的变化,我们利用 Matlab 中曲线拟合的功能对其进行拟合,将其拟合为一次函数的形式,可以得到 M_0 为 706.18, N_0 等于 73.51.

利用近似解析法对该磁体进行优化时,根据图 4 能量等值曲线,利用插值法可以得到最小体积时对应的 α 和 β 分别为 1.138 和 1.814.

同时作为对比,我们可以利用 Ansys EM 有限元分析软件对相同储能量的单螺管磁体进行优化,来比较此时磁体体积达到最小时所花费的时间. 利用 Ansys EM 进行优化时目标函数为:

$$\min f(x) = 2\pi a^3 \beta (\alpha^2 - 1)$$

约束条件为:

(1)磁体的储能量与所要求的储能量之间的误差要在 5%以内.

(2)磁体的临界电流不得超过超导线材的临界电流.

此时优化的变量分别为磁体的结构参数 α 和 β 以及临界电流 I_c . 这里我们利用 Ansys EM 优化器中的非线性规划算法对磁体进行优化,此算法存在

的问题是对初值的比较敏感,初值不同时结果的变化较大,因此如何去寻找一个合适的初值是一个关键的问题,这里采用多次尝试的方法,对磁体进行多次优化,逐次逼近最优解,直到得到的储能量在误差允许的范围之内,比较磁体体积的大小,选取最小体积时所对应的 α 和 β .

表 2 给出了分别利用近似解析法和有限元分析软件 Ansys EM 进行优化后所得到的关键参数.

表 2 两种优化方法关键参数对比

	α	β	I_c / A	E_m / MJ	体积/ m^3	误差
近似解析法	1.138	1.814	43.1	360.5	3.3628	0.14%
Ansys EM	1.14	1.8	54.3	365.4	3.3884	1.5%

从两种优化的结果来看,采用近似解析法所得到的磁体体积更小,储能量的误差为 0.14%. 采用 Ansys EM 有限元软件优化所得到的磁体体积较大,储能量的误差为 1.5%. 两者优化所得到的临界电流相差不多,所得到的磁体储能量也在允许的误差范围之内. 但从优化过程所花费的时间来看, Ansys EM 的优化过程长达 45 分钟,原因在于 Ansys EM 优化采用有限元法计算,需要对磁体和空气所有区域进行网格划分,计算空间每一点的磁场,需要找到最大磁场值并与临界电流约束条件进行比较,在仿真的过程中计算了大量无用的网格点,这是造成时间浪费的主要原因. 另外,优化计算时,多次迭代过程中也浪费的大量时间. 而采用本文提出的近似解析法优化设计储能磁体,只需要利用 Matlab 计算一个有约束最小值即可,时间上花费较少.

5 结 论

本文考虑在一定磁体结构参数范围内,当 $\alpha > 1.095$ 时,磁体产生的最大磁场值可以采用级数进行表示. 进而推导磁体的临界电流与磁体结构参数之间的数学表达式. 当 $\beta > 1$ 时,磁体的电感可以采用线性函数表示,并给出了超导储能磁体磁场能量的近似解析表达式. 本文提出了一种基于近似解析法的超导储能磁体设计方法,利用此方法得出在不同储能量下最小体积与结构参数之间的对应关系曲线. 利用图像法和插值法,我们可以方便快捷得到在一定储能量下磁体体积最小时所对应的结构参数 α

和 β . 将近似解析法与有限元分析软件 Ansys EM 优化进行对比,可以发现采用近似解析法大大简便

了超导储能磁体的优化设计过程,节省了计算时间,提高了设计效率.

参 考 文 献

- [1] 唐跃进,石晶,任丽. 超导储能系统(SMES)及其在电力系统中的应用[M]. 中国电力出版社, 2009.
- [2] Xiao L Y, Lin L Z. Status Quo and Trends of Superconducting Power Transmission Technology[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016, **31**(S2):176.
- [3] Xiao L Y. The R&D of superconducting technology for future power grid[J]. Chinese Science Bulletin, 2015, **60**(25):2367.
- [4] Guo W Y, Zhang J Y, Zhang Z F, Qiu Q Q, Zhang G M, Lin L Z, Xiao L Y. Current research status and application prospect of SMES [J]. Science and Technology Review, 2016, **34**(23) :38.
- [5] R. W. BOOM, R. S. LIVINGSTON. Superconducting Solenoids. Institute of Radio Engineers.
- [6] Y. M. Eyssa, S. M. Fadilah. Optimum Cost of a Superconducting Magnet With Two Square-ended Solenoids. The Institute of Physics.
- [7] Huang, L. Lee, S. J. Minimum Volume Solenoid Magnet Design with a Rectangular Cross Section Which Has the Specific Inductance Value. Supercond Nov Magn (2015) 28: 625.
- [8] Yao L, Lei Y, Zhu Y W. AN Optimal Design Method OF High Temperature SMES Based ON Step Current. Chinese journal of low temperature physics. 2015, **37**(05):390.
- [9] Huang Y L, Lei Y, Zhu Y W, Wang W. A New Optimization Method for Configuration of High Temperature Superconducting Magnet. Chinese journal of low temperature physics. 2017, **39**(04):32.
- [10] Wang C, Wang Q L. Optimization design a conduction cooled HTS magnet using the hybrid genetic algorithm[J]. Chinese journal of low temperature physics. **27**(2005),989.
- [11] Xu B, Yao Y Y. Adaptive dual-subpopulation genetic algorithm and its application for electromagnetic devices optimization[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2013, **28**(03):183.
- [12] Dai Y M, Wang Q L, Wang H S, Song S S, Zhao B Z, Lei Y Z, Chen S Z, Bai Y, Lei H D, Bao Q. Development of high current density superconducting magnet for SMES[J]. Proceeding of the CSEE.
- [13] Wang H, Zhu Y W, Chen B B, Yao L. Design and optimization of 100KJ solenoid HTS magnet using YBCO tape [J]. Chinese journal of low temperature physics. 2014, **36**(06):465.
- [14] WALSTROM. P. L. LUBELL. M. S. Calculation of radial magnetic field for anxiymetric solenoids with rectangular cross-section[J]. Journal of Applied Physi-cs. 1973,4195.
- [15] 雷银照. 轴对称线圈磁场计算[M]. 中国计量出版社, 1990.
- [16] Yukikazu Iwasa. Case Studies in Superconducting Magnets [M]. Springer US: 2009-03-10.